UEBER

DIE GENETISCHEN AXEN

der

orthometrischen Krystallsysteme.

INAUGURAL-DISSERTATION

ZUR ERLANGUNG

DER DOCTORWÜRDE DER NATURWISSENSCHAFT

UNTER DEM PRÄSIDIUM

VON

DR. FR. AUG. VON QUENSTEDT,

ORDENTL. PROFESSOR DER MINERALOGIE AN DER UNIVERSITÄT TÜBINGEN,

VORGELEGT

VON

JULIUS HIRSCHWALD

AUS LAUENBURG IN POMMERN.

Berlin.

Druck von Gustav Schade

Marienstr. 10.

1868.

Die mathematische Behandlung der Krystallographie bedingte die Substituirung fester Linien (Coordinaten), die man den krystallographischen Berechnungen zu Grunde legte.

Wenn nun schon, der leichteren Controle wegen, eine Uebereinstimmung der Coordinatenwahl zweckmäfsig erscheinen mufste, so war das um so nothwendiger geworden, je mehr diese Coordinaten ihren rein mathematischen Charakter einbüfsten.

Seitdem Christian Samuel Weifs seine Arbeit über die natürlichen Krystallsysteme mit so bedeutendem Erfolg in den Schriften der berliner Akademie (1814) der Oeffentlichkeit übergeben und selbst die interessantesten Species in mustergültiger Weise bearbeitet hatte, war der Weg für eine neue krystallographische Forschung gebahnt.

So scharf Weifs jedoch seine Systeme charakterisirte und dadurch die Bedeutung der Axen in den Vordergrund stellte, über das leitende Princip bei Bestimmung derselben für die einzelne Species hat er keine erschöpfenden Regeln gegeben und somit eine

Lücke gelassen, die er zwar durch seine geniale Auffassung auszufüllen suchte, die sich jedoch in der Verschiedenheit der Berechnungen späterer Autoren fühlbar machte.

Weifs liefs sich bei Bestimmung der Axen für die einzelne Species, lediglich von der vorherrschenden Ausbildung derselben leiten und zeigte selbst durch den Beweis der Möglichkeit verschiedener berechtigter Stellungen eines und desselben Krystalls, wie sehr subjectiv eine solche Auffassung sein kann.

Um so werthvoller sind daher die Andeutungen, die er an verschiedenen Stellen über das eigentliche Wesen der Krystallaxen giebt. Er sagt unter Anderem[1]:

„In gleichem Sinne wie die Kugel die (unerreichbare) „Grenze für die Bildung des regulären Systemes ist, „eben so jedes andere System einen bestimmten von „der Kugel abweichenden Körper, d. i. ein Sphäroid, „zu seiner Grenze hat."

[2]) „Es beruht aber der strenge geometrische Begriff „eines Krystallsystemes, wenn er klar auf sein ein„faches Element zurückgebracht wird, auf nichts an„derem als auf der Kenntnifs des Verhältnisses auf „einander rechtwinklicher Linien, von welchen „alle übrigen Theile und Eigenschaften ab„hängen."

[1]) Ueber die natürlichen Krystallsysteme. Berlin 1814.

[2]) Ueber die Verhältnisse in den Dimensionen der Krystallsysteme etc. Berlin 1828.

In diesen beiden Sätzen liegt die Grundidee der Weifsschen Axen, das leitende Princip zu ihrer Berechnung. Construiren wir uns das durch die Krystallisation angestrebte Sphäroid aus seinen Tangentialflächen und wir haben in seinen Axen die des Systems.

Diesen Axen schreibt Weifs berechtigter Weise genetischen Charakter zu und äufsert sich darüber folgendermafsen[1]):

„Die Spannung keiner von beiden der im rechten „Winkel auseinandertretenden Linien aber ist mög- „lich ohne den inneren Gegensatz einer jeden in „sich und ihrer Verlängerung, jenseits des rechten „Winkels, ohne dafs sie gleichsam auf diesen Gegen- „satz selbst sich stützt. Die Thätigkeit in den „auf einander rechtwinklichen Linien in „ihren gegenseitigen Verhältnissen zu ein- „ander, ist das erste, womit die Bildnng „anhebt; ......"

Ausführlicher handelt er darüber in seiner dynamischen Ansicht der Krystallisation, in der Uebersetzung des Hauy'schen Lehrbuches.

Wenn nun diese genetische Auffassung der Krystallaxen auf die Berechnung der Krystalle keinen consequenten Einflufs gehabt, so ist das sicher allein dem Umstande zuzuschreiben, dafs das erforschte Material

[1]) Ebendaselbst.

über welches Weifs seiner Zeit zu gebieten hatte, für solche Untersuchungen durchaus unzureichend war.

Nachdem sich jedoch seither die monographischen Forschungen in erfreulicher Weise vermehrt haben, ist es wohl an der Zeit eingehender als bisher das Augenmerk auf die krystallographische Fundamentalbestimmung zu richten, der Basis des ganzen Lehrgebäudes. Und selbst wenn das vorhandene Material noch nicht durchaus den Anforderungen einer tieferen Forschung genügt, mufs doch die Anbahnung der letzteren, der inductiven Forschung eine bestimmte Richtung anweisen um eine zweckmäfsige Entwickelung der Wissenschaft zu befördern. Aus diesem Grunde möchten wir die vorliegende Arbeit auch nicht als verfrüht ansehen, trotzdem dieselbe einen Theil der krystallographischen Systeme unberücksichtigt lassen mufste.

Bevor wir nun zu unserer Untersuchung übergehen, wollen wir in Kürze der Art unserer bisher gültigen Axenberechnung Erwähnung thun.

Was zuvörderst die Stellung des Individuums betrifft, von der ja die Unterstellung der Axen gewissermafsen abhängt, so richtet sich dieselbe gemeinhin nach der vorherrschenden Längenausdehnung des Individuums der Art, dafs der letzteren die Vertikalstellung zukommt. Die Länge der dann substituirten Axen wird aus einem häufig vorherrschenden Oktaëder berechnet, dessen Wahl jedoch je nach der Auffassung des Autors eine verschiedene sein kann. Wenn man demnächst die Einfachheit

der Flächenausdrücke thunlichst berücksichtigt, so glaubt man die Axen des Systems gefunden zu haben. Eine kritische Untersuchung über die Berechtigung der so berechneten Axen auf Grund bestimmter Regeln ist bis jetzt kaum angestrebt worden.

Wie wenig diese Axen der Weifs'schen Charakteristik derselben jedoch entsprechen liegt auf der Hand; wir haben es hier lediglich mit Coordinaten zu thun, bei deren Wahl man der symmetrischen Gruppirung und der mathematischen Behandlung Rechnung getragen.

Die wahren krystallographischen Axen hingegen werden uns die Hauptkräfte in Richtung und Gröfse repräsentiren wie sie zur Erzeugung des Systemes thätig gewesen. Sie sollen die Elemente sein, aus denen sich das ganze System mit allen seinen Eigenthümlichkeiten a priori ableiten läfst.

Das ist das Endziel unserer krystallographischen Fundamentalforschung zu der die nachstehende Arbeit ein kleines Scherflein beizutragen hofft.

Von den krystallo-genetischen Kräften.

Der Krystall wie er uns ausgebildet entgegentritt ohne einen beobachtenden Einblick in sein geheimnifsvolles Wachsthum zu gestatten, bietet zwei Momente zur Erforschung seiner genetischen Kräfte: die innere physikalische Beschaffenheit einerseits, die äufsere d. h. die Anordnung und Neigung der Flächen anderer-

seits. Beide Forschungsmethoden haben ihre theoretische Berechtigung, doch entscheiden wir uns leicht zu einem Versuch nach der letztgenannten Methode, nicht nur weil dieselbe mehr rein krystallographischen Charakter hat, sondern auch weil wir hier zahlreicheres und sicheres Material vorfinden.

Es fragt sich nun zunächst in welchem Zusammenhange stehen die einzelnen Flächen zu ihren genetischen Kräften? *Wir betrachten und das sei der erste Grundsatz unserer Entwickelung, jede Krystallfläche als das Produkt, senkrecht zu ihr wirksam gewesener Kräfte.*

Es handelt sich hierbei nämlich vorzugsweise um die consequente Durchführung des einmal angenommenen Zusammenhanges zwischen den Flächen und Axen eines Individuums und wir dürfen nicht etwa wie das beispielsweise bisher geschehen, dem Hexaëder und Octaëder ein und dieselben Axen unterlegen, sobald wir denselben genetischen Charakter zuschreiben. — Demnach werden wir uns die Richtungen sämmtlicher zur Bildung eines Krystallindividuums thätig gewesener Kräfte darstellen, indem wir vom Centrum desselben nach seinen Flächen Normallinien gezogen denken. Jede Fläche hat daher in diesem Sinne ihre Axe und es gehören selbstverständlich die in eine Ebene fallenden Axen, derselben Flächenzone an.

Untersuchen wir nun die einer Zone angehörigen Axen in ihrer wechselseitigen Beziehung zu einander

und den entsprechenden Krystallflächen, so ergiebt sich als ein zweiter Grundsatz:

Jede Axe einer Fläche ist in ihrer Richtung die Resultante aus den beiden Axen der anliegenden Flächen derselben Zone, vorausgesetzt, dafs der Flächenreichthum des Systems vollständig entwickelt ist.

Dieser Satz, der in den nachfolgenden Berechnungen seine Begründung findet, läfst uns den innigen Zusammenhang sämmtlicher Kraftrichtungen eines Systems erkennen und lehrt uns die mathematische Construktion derselben aus den Primitivkräften.

Denken wir uns in einer Lösung von einem Punkte aus, der das Centrum eines sich zu bildenden Krystalles sei, unendlich viele nach allen Richtungen hin wirksame Kräfte. Diese Kräfte, die in der Krystallisation ihre Befriedigung finden und in die Entfernung nach irgend einem Gesetz an Intensität abnehmen, werden aus diesem Grunde um das Centrum herum Kugelsphären gleicher Intensität bilden. Diese Vorstellung wird unterstützt durch die erfahrungsmäfsige Form alles Flüssigen, der Kugelform.

Es bedingt also jedes sich bildende Individuum ein selbstständiges Kraftsystem, welches um einen Punkt centralisirt ist. Dieses Centrum wird beherrscht von unendlich vielen nach allen Richtungen wirksamen Kräften, wie es nicht anders mit der dynamischen Vorstellung von der Gleichartigkeit des Flüssigen vereinbar

ist, so dafs gewissermafsen ein centrales Kräftecontinuum vorhanden, dessen Differenzirung in bestimmte Richtungen mit der Krystallisation beginnt, das Wesen der Krystallisation selbst ist.

Wie aber, fragt es sich, entstehen aus diesem Continuum von Kräften differenzirte Kraftrichtungen?

Der Voraussetzung gemäfs mufs jeder Kraftrichtung des Continuums eine entgegengesetzt gerichtete entsprechen, die mit der ersteren in dem Centrum des Systems zusammentrifft.

Sobald nun die eine bei beginnender Krystallisation in Wirksamkeit tritt und dadurch an Intensität verliert, wird die entgegengesetzt gerichtete in demselben Mafse an Intensität zunehmen und aus diesem Grunde demnächst zur Wirksamkeit gelangen.

Wir können uns diese Störung des Gleichgewichts in dem vorerwähnten Kräftecontinuum etwa so vorstellen, als hätten wir einer elektrischen Kugel nach einander an zwei entgegengesetzten Punkten, zwei mit gleichnamiger Elektricität wie die Kugel geladene Spitzen genährt.

Während die Spitzen sich gegenüberstehen, bezeichnen sie zugleich an der Kugel die Pole der geringsten Intensität während sich die Elektricität an der Aequatoriallinie angehäuft hat.

Auch an unserem Krystallisationssphäroid haben zwei Pole ihre freie Intensität verloren und auf die Aequa-

torialzone übertragen. Sämmtliche Kraftrichtungen der letzteren streben nach Wirksamkeit und sobald dieselbe von einer erreicht, ist auch das Gleichgewicht dieser Zone so lange gestört, bis die entgegengesetzt gerichtete Kraft ihre Befriedigung gefunden. — Hierdurch entstehen in derselben Zone wiederum zwei entgegengesetzte Richtungen gleicher und gröfster Intensität, die das System zu drei auf einander rechtwinklichen wirksamen Kräften, den primitiven Axen vervollständigen.

Diese Primitivkräfte erzeugen nach unserer ersten Annahme ein Hexaid.

Die aus ihnen entstehenden secundären vier Kräfte als mathematische Resultanten je dreier Primitiver bilden die Axen des Octaides und wenn wir uns analog dem vorerwähnten Beispiel an der elektrischen Kugel diese Entwickelung fortgeführt denken, so sehen wir, durch Combination der Axen des Hexaides und Octaides die des Leucitoides entstehen und wie sich überhaupt durch forgesetzte Combination, und Construction der Resultanten der ganze krystallographische Formenreichthum entwickelt. —

Wie sehr diese Vorstellung mit der Ansicht von Weifs übereinstimmt, dafür spricht eine Stelle in der bereits angeführten Arbeit desselben über die dynamische Ansicht der Krystallisation[1]).

[1]) Hauy's Lehrbuch der Mineralogie, übers. von Karsten und Weifs. Band I.

Dort heifst es:

„Gehören die secundären Krystallisationsrichtungen
„vielleicht nicht blos den secundären Krystallen an,
„an denen sie als Begrenzungsflächen erscheinen? ist
„es vielleicht nothwendige Folge des ersten Haupt-
„bestrebens der Krystallisation, dafs sie in mittlere
„Richtungen der Repulsion übergeht, und das Netz
„der Struktur noch enger und fester verflicht? ist
„es also vielleicht blofses Uebergewicht, nicht neue Ent-
„stehung von Krystallisationsrichtungen, welches die
„mannichfaltigen Facetten der secundären Krystalle
„hervorbringt? Als Frage sei ihnen hier der Platz
„vergönnt, bis weitere Untersuchungen, vorzüglich
„eine mathematische Construction des Kry-
„stallisirens, sie entscheidend beantwortet."

Nachdem wir somit die Entstehung der primitiven Kräfte aus dem Continuum entwickelt, werden wir dieselben auch bei denjenigen Systemen, in welchen sie durch drei auf einander rechtwinkliche Krystallräume Ausdruck finden, als primitive Axen anerkennen müssen, Dazu gehört also das regulaire, quadratische und orthorhombische System. — In Betreff der übrigen drei Systeme, deren Axen in ihrer Entstehung aus dem Kräftecontinuum sich nicht erklären lassen, und deren Berechtigung als selbstständige Systeme noch dahingestellt bleiben mufs, wollen wir uns auch nicht eher zu urtheilen erlauben, bis das innere Wesen der hemiedri-

schen Ausbildungen sowie der Zwillingsverwachsungen näher erforscht ist.

Demnach wird sich der speciellere Theil der Arbeit also lediglich auf die vorerwähnten Systeme mit drei auf einander rechtwinklichen Axen beschränken, wenngleich sich das hexagonale System bei entsprechender Axenwahl unserer Berechnung unterordnet.

Die Berechnung der primitiven Axen.

Die Berechnung der Axen eines Hexaides an sich wäre nur nach physikalischen Grundsätzen denkbar, wenn dasselbe nicht mit andern krystallographischen Formen combinirt vorkäme, deren Winkel von dem Axenverhältnifs des Hexaides durchaus abhängig wären.

Denken wir uns eine rechtwinkliche Kante (Fig. I), deren Flächen A und B durch die auf einander rechtwinklichen Axen a und b gebildet seien, so wird die Axe für die Abstumpfungsfläche C dieser Kante, sich als Resultante aus der Combination der Primitivaxen a und b ergeben.

Ist $a = b$ so wird die Abstumpfungsfläche C gerade auf die Kante aufgesetzt sein; je stumpfer der Winkel ist, den die Abstumpfungsfläche mit einer der primitiven Flächen bildet, um so gröfser ist die Axe der letzteren. — Hierauf basirt nun in consequenter Durchführung unsere Berechnungsmethode und es ist daher die Formel für das Verhältnifs zweier Axen:

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{b}{a}$$

Die ferner in dieser Zone möglichen Flächen ergeben sich aus ihren Axen, die als mathematische Resultanten auf die vorerwähnte Weise erhalten werden. (Fig. II.) Es wäre demnach der Ausdruck für die Flächen, falls man dieselben durch die zu ihrer Bildung thätig gewesenen Axen bezeichnet.

$$A = a. \qquad D' = 2a, b.$$
$$B = b. \qquad D'' = a, 2b.$$
$$C = a, b.$$

So kann man also zu gegebenen Axen die möglichen Flächen und umgekehrt zu bekannten Neigungswinkeln der Flächen die zugehörigen Axen construiren.

Man begreift jedoch, dafs es nicht gleichgültig sein kann, welche der vorhandenen Abstumpfungsflächen der rechtwinklichen Kante man zur Berechnung ihrer Axen auswählt, vielmehr wird sich bei unberechtigter Wahl ein Multiplum des wahren Axenwerthes ergeben müssen.

Wenn die Individuen stets den ganzen Flächenreichthum ihres Systems zeigten, so wäre es ein Leichtes, die durch Combination der beiden rechtwinklichen Axen resultirende Secundärfläche zu erkennen; denn dieselbe bildet die Mitte in der symmetrischen Gruppirung der zuschärfenden Flächen zwischen den Axen *a* und *b*, ist also die einzige Fläche, die in demselben Quadranten keine correspondirende hat und zeichnet sich über dieses fast immer durch vorherrschende Gröfse aus. Nur sehr wenige Species sind jedoch bis jetzt so genügend durch-

forscht, dafs der bekannte Flächenreichthum es gestattet aus der symmetrischen Gruppirnng die Secundärfläche zu erkennen. Aber selbst dann ist die Bestimmung derselben gröfstentheils möglich. Denke man sich beispielsweise zwei gleich grofse rechtwinkliche Axen $a\,b$ (Fig. III), die die Primitivflächen AB, die secundäre Fläche C, die tertiären D und E, und ferner die Flächen F und G erzeugen.

Flächen weiterer Entwickelung sind wohl niemals beobachtet worden.

Hätten wir nun diese Flächen an einem Krystall gefunden nnd wählten fälschlich die Fläche D statt C zur Berechnung von a nnd b, so würde sich ergeben:

$$a : b = 2 : 1.$$

Würden wir uns aber aus diesem Axenverhältnifs die zugehörigen Flächen construiren, so erhalten wir als Primitivflächen A, B, als Secnndärfläche D, als Tertiärfläche C, H u. s. w.

Es würden sich demnach Flächen ergeben, die wohl nie an dem System zu beobachten sind, wenngleich sie als Flächen sehr hoher Entwickelung nicht geradezu unmöglich wären. Es liegt jedoch in der Natur der Sache, dafs hauptsächlich Flächen erster, zweiter und dritter Ordnung vorkommen; eine scheinbare Ausnabme von dieser Regel würde daher anf eine falsche Axenberechnung schliefsen lassen und bald auf die richtige Spur führen.

Weitere Bemerkuugen iu dieser Hiusicht werden sich zweckmäſsiger an die speciellen Berechnungen anschlieſseu.

Verallgemeinerung dieser Betrachtungen unter Zugrundelegung der orthorhombischen Krystallisation.

Als wir in dem ersten Theil dieser Arbeit über die Entstehung dreier auf einander rechtwinklicher Kräfte sprachen, setzteu wir voraus, daſs die die Krystallisation bediugeude Substanz dem regulären Systeme augehöre. Iu diesem Falle handelt es sich um eiu Krystallisationsbestreben, das nach drei auf einander rechtwinklichen Richtungen von gleicher Intensität war.

Es fragt sich nuu welchen Einfluſs würde es auf das ganze System haben, falls die Krystallisationsintensität einer dieser Richtungen sich äuderte? Weuu wir uns eriuneru wie die genetischen Axeu des reguläreu Systems unter sich und mit ihren Resultanteu in Verbiuduug stehen, wie sie das gauze Feld um das Centrum herum beherrschen, so werden wir vermuthen müssen, was die Berechuung auch vollkommeu bestätigt, daſs eine Intensitätsvermehrung einer Axe auf die beideu übrigen und somit auf das gauze System eiuen gesetzmäſsigen berechenbareu Einfluſs ausübt, desseu Keuutniſs für die Charakterisirung der krystallo-geuetischeu Axeu einen wichtigen Beitrag liefern muſs.

Wir denken uns wiederum in der Krystallisatiousflüssigkeit eiuen Puukt als das Centrum eines sich zu

bildenden Krystalls, von unendlich vielen nach allen Richtungen hin wirksamen Kräften beherrscht. — Gleichviel welchem krystallographischen Systeme die in Lösung befindliche Substanz angehören mag, die unmittelbar vor der Krystallisation auf einen Punkt wirksamen Kräfte müssen nach allen Richtungen von gleicher Intensität sein, so lange wir es noch mit einer vollkommenen Lösung zu thun haben.

Während nun beim regulären Systeme die Kugelsphären (S. 9) des Continuums mit den differenzirten Kraftrichtungen in ihrer sphärischen Ausbildung übereinstimmen, findet dieses bei allen anderen Systemen nicht statt. Vielmehr wird ein Uebergewicht an Intensität einer, resp. zweier Axen, auf Kosten der übrigen sich geltend machen, je nachdem die krystallisirende Substanz dem quadratischen oder orthorhombischen Systeme angehört.

Wäre also die Summe der drei Axen des regulären Systems $= s$, so würde jeder derselben in ihrer Intensität sich als $\frac{1}{3}\,s$ differenziren, während bei der orthorhombischen Krystallisation die erste in Wirksamkeit tretende Krystallisationsrichtung an Intensität nicht $= a$ (als $\frac{1}{3}$ der ganzen Axensumme), sondern $= a + x \,.\, a$ betrage, in welchem Ausdruck $x \,.\, a =$ einem Bruchtheil von a sei.

Setzen wir beispielsweise $a = 1$ und $x = \frac{1}{4}$, so bleibt für die beiden übrigen rechtwinklichen Axen nicht mehr $2a = 2$ übrig, sondern $2a - x = 2 - \frac{1}{4}$, welches

Verhältnifs, falls $2a - x$ sich zu gleichen Theilen differenzirte, einem qnadratischen Systeme entsprechen würde.

Die orthorhombische Krystallisation hingegen bedingt eine ungleiche Theilung von $2a - x$ nnd zwar in dem ursprünglichen Verhältnifs:

$$a : a + ax \text{ (oder } 1 : 1\tfrac{1}{8}\text{)}$$

und so entstehen die Werthe:

$$a + ax \frac{2 - x \,.\, a}{2 + x \,.\, a} \left(\text{oder } 1\tfrac{1}{8}\ \frac{2 - \frac{1}{8}}{2 + \frac{1}{8}}\right) \text{ nnd}$$

$$\frac{2 - x \,.\, a}{2 + x \,.\, a} \left(\text{oder } \frac{2 - \frac{1}{8}}{2 + \frac{1}{8}}\right).$$

Es entsprechen daher nothwendiger Weise die Axen sämmtlicher orthorhombischer Systeme in ihren Werthen den Formeln:

$$a = 1 + x$$

$$b = 1 + x \frac{2 - x}{2 + x}$$

$$c = \frac{2 - x}{2 + x}, \text{ voransgesetzt,}$$

dafs die Summe aller drei Axen $= 3$ sei, was der Einfachheit der Formeln wegen angenommen wnrde.

Hieraus erkennen wir nicht nnr den innigen Zusammenhang der orthorhombischen Axen unter einander, sondern es ist auch ersichtlich, dafs es sich für die Berechnung derselben lediglich um die Kenntnifs der Gröfse x als eines „Differenzfactors" han-

delt, dessen Werth für jede orthorhombische Species verschieden ist.

Wenden wir uns nun nach diesen Betrachtungen zur Berechnung einer Species, beispielsweise des Topases, der durch seinen Flächenreichthum und gute Winkelmessungen ausgezeichnet ist. Die letzteren sind mit möglichster Genauigkeit vom Herrn v. Kokscharow[1]) ausgeführt, dessen umfassende Arbeiten überhaupt das schätzenswertheste Material für diese Berechnungen liefern.

Topas.

In Betreff der Entwickelung des Systems verweisen wir auf Herrn v. Kokscharow's Arbeiten[1]) und den zugehörigen Zeichnungen auf Tafel 38 desselben Werkes. Zur besseren Uebersicht dient beifolgende Projection der wichtigsten Flächen, nach der v. Quenstedt'schen Methode. Fig. V.

Das Grundhexaid ist nur durch die Flächen P und c vertreten, eine gerade Abstumpfung von M/M ist wohl nicht beobachtet worden, ein Anzeichen, daſs b die kleinste der drei Axen sei.

In der Horizontalzone entspricht nach den vorhergegangenen Regeln l der Secundärfläche, die wir daher der Berechnung der Axen b und c zu Grunde legen.

---

[1]) v. Kokscharow: Materialien zur Mineralogie Ruſslands. St. Petersburg 1853 u. s. w.

Da nun $l : l \doteq 93^\circ\ 10'\ 44''$ in c bestimmt worden ist, so ergiebt sich (Fig. VI):

$$\mathrm{tg}\ 46^\circ\ 35'\ 22'' = \frac{c}{b}$$

Setzen wir $c = 1$, so ist:

$$b = \frac{1}{\mathrm{tg}\ 46^\circ\ 35'\ 22''} = 0{,}94602.$$

Es ist also $\quad b : c = 0{,}94602 : 1{,}00000.$

Bezeichnen wir nun jede Fläche durch die zu ihrer Bildung thätig gewesenen rechtwinklichen Kräfte, so ist:

$$\left.\begin{aligned} M &= c,\ 2b \\ l &= c,\ b \\ g &= 3c, 2b \\ n &= 2c,\ b \end{aligned}\right\}\ \text{Horizontalzone.}$$

Zur Berechnung von a legen wir als Secundärfläche aus c und a die Fläche f zu Grunde und da $\angle f : c = 133^\circ\ 39'\ 0''$, so ist: (Fig. VII)

$$\mathrm{tg}\ 43^\circ\ 39' = \frac{c}{a}$$

$$a = \frac{1}{\mathrm{tg}\ 43^\circ\ 39'} \text{ und}$$

$$a = 1{,}048268.$$

Dann ist:

$$\left.\begin{aligned} f &= c,\ a \\ y &= 2c,\ a \\ w &= 4c,\ a \\ d &= 2b,\ a \\ h &= 2b,\ 3a \end{aligned}\right\}\ \text{Vertikalzonen.}$$

Um nun die a priori entwickelten Axenformeln zur Prüfung dieser Werthe anwenden zu können, müssen wir deren Summe auf 3 bringen und so erhalten wir:

$$a = 1,0502$$
$$c = 1,0019$$
$$b = 0,9478$$
$$= 2,9999.$$

Da nun der Werth der Axe $a = 1,0502$ dem Formelwerth $a = (1 + x)$ entspricht (S. 18), so ist der Differenzfactor x des Topases gleich:

$$0,0502.$$

Setzt man diesen Werth in die Formel

$$c = 1 + x \frac{2-x}{2+x} \text{ ein, so ergiebt sich}$$
$$c = 0,9987612$$

und aus der Formel $b = \frac{2-x}{2+x}$

$$b = 0,95102.$$

Vergleichen wir die so gefundenen Werthe mit den vorher berechneten so finden wir schon in der zweiten und dritten Decimalstelle Abweichungen, die jedoch unzweifelhaft in der, trotz aller Vorsicht ungenauen Winkelbestimmung, ihren Grund haben. Denn es läfst sich nachweisen, dafs schon eine Differenz von 20″, eine Abweichung des Axenwerthes in der dritten Decimale zur Folge hat, die für den Differenzfaktor schon in der zweiten Decimale bedeutende Verschiedenheiten bewirken kann.

Solche Differeuzen in den Winkelangaben finden sich aber selbst bei den v. Kokscharowschen Arbeiten durchgängig, geschweige denn der übrigen Angaben, die ja bekanntlich häufig in den Minuten differiren. Winkelbestimmungen der letzteren Art bilden eine Fehlerquelle, die durch weitläufige Rechnungen vergröfsert, sie für diese Untersuchungen durchaus unbrauchbar machen.

Als Beispiel für die directe Einwirkung ungenauer Winkelbestimmungen auf die Berechnung der Axenwerthe, diene folgendes Resultat:

Fläche $l:l = 93° 10' 44''$ ergiebt Axe $b = 0{,}94602$
" " $a = 1.$
" $l:l = 93° 10' 64''$ " " $b = 0{,}94591$
" $l:l = 93° 11' 44''$ " " $b = 0{,}90733.$

Wie leicht nun durch Einführung dieser Werthe in die Rechnung der ursprüngliche Fehler sich vergröfsern kann liegt auf der Hand.

Es ist daher bei Messung der Winkel nicht sowohl auf gröfste Genauigkeit des Instrumentes und der Beobachtung, sondern noch weit mehr auf die peinlichste Auswahl des Materials zu sehen, der Art, dafs es nicht genügt, wenn an einem Individuum die zu messenden Flächen den erwünschten Grad von regelmäfsiger Spiegelung besitzen, sondern es mufs das ganze Individuum conform ausgebildet sein, und die correspondirenden Flächen an ein und demselben Krystall eine Messungscontrolle zulassen.

Es gehören daher die zu diesen Berechnungen erforderlichen Winkelbestimmungen zu den subtilsten krystallographischen Untersuchungen und es sind die Bemühungen des Herren v. Kokscharow in dieser Beziehung nicht genug anzuerkennen.

Wie wir aus der vorstehenden Berechnung ersehen, genügt die Kenntnifs des Differenzfactors $x = 0{,}0502$, um das System des Topases mit seinen Axen nnd möglichen Flächen zu entwickeln; die vollständige Berechnung der letzteren ist hier unterlassen, um eine dem Charakter der Arbeit unangemessene Weitläufigkeit zu vermeiden.

Einen Zusammenhang aufzufinden zwischen der Gröfse x und der chemischen Zusammensetzung, daran werden wir erst denken können, wenn die Erfahrungen der Chemie eine durchbildete dynamische Theorie derselben ermöglichen nnd unsere Mineralanalysen einen höheren Grad von Zuverlässigkeit erreicht haben als es bis jetzt der Fall ist.

Dafs es alsdann aber unerläfslich sein wird, das ganze Wesen einer Mineralspecies auf eine einzelne mathematische Gröfse, wie der Differenzfactor es ist, zu reduciren, um den Zusammenhang mit der chemischen Zusammensetzung aufzufinden, ist unzweifelbaft.

Eine andere ausgezeichnete orthorhombische Species, deren Axenberechnung wir noch beispielshalber anführen wollen, ist der:

Bleivitriol.

Der Berechnung sind die Kokscharowschen Messungen und die v. Lang'sche Monographie[1]) zu Grunde gelegt.

Zur Bestimmung der Axen b und c wählen wir als Secundärfläche derselben, die vorherrschende Fläche M; nach Kokscharow $M:M$ (in C) $= 76^\circ\, 8'\, 12''$.

Demnach ergiebt sich (Fig. IX):

$$\text{tg}\, 38^\circ\, 8'\, 12'' = \frac{c}{b} \text{ und wenn } b = 1$$

so ist:

$$c = \text{tg}\, 38^\circ\, 8'\, 12''$$
$$c = 0{,}785158$$
$$b = 1{,}000000.$$

Dann ist: Fläche $M = c,\, b$

„ $\lambda = 2\,c,\, b$

„ $n = c,\, 2b$

„ $z = c,\, 3b$.

Die Axe a berechnet aus d und Axe c oder φ und Axe b ergiebt:

$$(\angle\, d/c = 129^\circ\, 23'\, 21'')$$

$$\text{tg}\, 39^\circ\, 23'\, 21'' = \frac{c}{a}$$

$$a = \frac{0{,}785158}{\text{tg}\, 39^\circ\, 23'\, 21''}$$

$$a = 1{,}21786.$$

---

[1]) Sitzungsbericht der kaiserl. Akademie. Math. nat. Klasse. Wien 1859.

Dann ist:

$$\text{Fläche } d = a, c$$
$$l = 2a, c$$
$$\varphi = a, b$$
$$\alpha = 4a, b$$
$$o = a, 2b.$$

Durch Combination der Resultanten von b, c mit a entsteht

$$z = 2r, a$$

und so fort die Flächen y u. s. w.

Prüfen wir auch diese Axenwerthe mittelst der allgemeinen Formeln und bringen wir deren Summa auf 3, so erhalten wir:

$$a = 1{,}21663$$
$$b = 0{,}99899$$
$$c = \frac{0{,}78436}{2{,}99998}$$

Als Differenzfactor des Bleivitriols ergiebt sich also:

$$x = 0{,}21663$$

und demnach durch Einführung desselben in die Formel:

$$\left(b = 1 + x\,\frac{2-x}{2+x}\right)$$
$$b = 0{,}9788$$

so wie aus $c = \dfrac{2-x}{2+x}$

$$c = 0{,}8045.$$

Die gröfsere Abweichung dieser Werthe im Vergleich zu denen des Topases war vorauszusehen, da die Mes-

sungen des Bleivitriols nach eigener Angabe des Autors, bei Weitem nicht die Zuverlässigkeit besitzen wie die des Topases.

So erhielt v. Kokscharow beispielsweise an verschiedenen Krystallen von Anglesia:

$$\angle M : M = 103^\circ\, 40{,}5'$$
$$\text{„} \quad \text{„} = 103^\circ\, 41{,}5'$$
$$\text{„} \quad \text{„} = 103^\circ\, 48{,}5' \quad \text{u. s. w.}$$

Wenn man in Erwägung zieht, welchen Einflufs eine Winkeldifferenz von nur 20" (S. 21) auf die berechneten Axen und den Differenzfactor ausübt, so wird man einsehen, dafs nebenstehende Berechnungen nur den Werth eines Beispieles haben können. Der trotzdem erreichte Grad von Genauigkeit ist dem Umstande zuzuschreiben, dafs die benutzten Winkelangaben, als arithmetische Mittel aus mehreren Messungen hervorgegangen sind.

Als Beispiel für die Berechnung des quadratischen Systemes diene der

Zirkon.

Der Berechnung sind die v. Kokscharowschen Messungen zu Grunde gelegt[1]).

Da der Seitenkantenwinkel des vorherrschenden Oktaëders *o*, dessen Fläche sich als Secundärfläche in der Verticalzone ergiebt, $= 84^\circ\, 19'\, 46''$, so ist:

---

[1]) Siehe dessen Materialien zur Mineralogie Rufslands.

$$\text{tg } 42^\circ\, 9'\, 53'' = \frac{b}{a}$$

$$b = 1 \quad \text{daher}$$

$$a = 1{,}10421$$

Bringen wir auch hier die Summe der drei Axen auf 3, so ist:

$$\text{Axe } a \;= 1{,}06714$$

$$\left.\begin{array}{l}\text{„ } b \\ \text{„ } c\end{array}\right\} = 0{,}966433.$$

Analog dem orthorhombischen System ist daher der Differenzfactor des Zirkon:

$$x = 0{,}06714$$

Demnach ergiebt sich:

Fläche *o* aus Axe *a*, *b*
„ *v* „ „ *a*, 2*b*
„ *s* „ „ *a*, 3*b*
„ *a* „ „ *b*, *c*.

Die Vierkantner *x* aus *a*, *r*
„ „ *z* „ *a*, 2*r*.

Die Axe *r* ist die Resultante von *b* und *c* und ist ihrer Gröfse nach gleich $\sqrt{b^2 + c^2}$.

Ueber das Wachsthum der Krystalle.

Nachdem wir in dem Vorstehenden gezeigt, wie sich die Flächen eines Systemes nach Kenntnifs seiner genetischen Axenwerthe mathematisch construiren lassen, müfsten wir a priori erwarten, dafs auch die Krystalle

in stereometrischer Hinsicht genau diesen Axenwerthen entsprechen. Dieses ist jedoch bekanntermafsen nicht der Fall und wir werden daher untersuchen müssen, welchem Umstande diese Abweichung in der Ausbildung zuzuschreiben sei.

Wenn wir uns erinnern in wie innigem Zusammenhange die genetischen Axen eines Systemes untereinander stehen, so werden wir von vorneherein zu der Ueberzeugung veranlafst, dafs die so mannigfache stereometrische Ausbildung der Individuen ein und desselben Minerals unmöglich der unmittelbaren Thätigkeit der krystallogenetischen Axen zuzuschreiben sei. Denn eine einseitige Ausbildung eines Individuums würde, wenn dieselbe aus dem Uebergewicht einer der genetischen Axen hervorgegangen wäre, das Krystallsystem selbst verändert voraussetzen lassen; aus der alleinigen Thätigkeit der krystallogenetischen Axen müssen daher genau den letzteren entsprechende stereometrische Körper hervorgehen.

Um nun über diese Frage in's Klare zu kommen, wollen wir die Bildungserscheinungen der Krystalle selbst zu Rathe ziehen.

Viele Minerale und alle künstlichen Krystalle zeigen falls die Bildung der letzteren eine so langsame ist, dafs sie uns überhaupt einen Einblick gestattet, den Krystall in seinem Werden aus sehr vielen, parallel an einander gewachsenen Individuen bestehend, welche Bildung wir mit dem Namen „Krystallskelett" bezeich-

nen und die uns also als ein Bildungsstadium des werdenden Krystalles entgegentritt.

Diese Krystallskelette, wie wir sie beispielsweise am Silber, Kupfer, Speifskobalt, gediegen Eisen, Rothkupfererz, Bleiglanz, arsenige Säure, Schwefelkies, Chlornatrium, Chlorkalium, Salmiak und vielen anderen Stoffen vorfinden und die neuerdings in interessanter Weise durch Herrn Professor Dr. Knop[1]) bearbeitet worden sind, enthalten in ihren einzelnen Theilen durchaus conform gebildete Individuen, die durch Aneinanderreihung nach bestimmtem Gesetz ein gröfseres Individuum erzeugen. Eine solche skelettartige Aneinanderreihung wird nun ganz berechtigterweise als ein einziges Individuum betrachtet, denn es entsteht daraus erfahrungsmäfsig ein einziger Krystall.

Trotzdem kann man nicht annehmen, es wäre das ganze Gerippe bedingt durch ein einziges centrales Kraftsystem; ein solches erzeugt unbedingt nur ein conform gestaltetes Individuum, nimmermehr eine Bildung wie die in Rede stehende.

Wir müssen vielmehr jedem einzelnen der kleinen Individuen des Skelettes ein eigenes centrales Kraftsystem zuschreiben und es handelt sich darum, über den regelmäfsigen Zusammenhang dieser vielen Systeme Aufschlufs zu verschaffen.

---

[1]) Molecularconstitution und Wachsthum der Krystalle. Leipzig 1867.

Derselbe ergiebt sich aus der der Arbeit zu Grunde liegenden Anschauung von selbst.

Denken wir uns eine Lösung allmählich auf den Concentrationspunkt angelangt, wo sie eben in dem Stadium ist, die aufgelöste Materie in Krystallen abzuscheiden. Es bilden sich in der Lösung alsdann unendlich viele Kraftcentra, die sich im Moment darauf in eben so viele rechtwinkliche Kraftsysteme differenziren.

Da wir unseren genetischen Axen einen polaren Charakter gar nicht absprechen können, so werden dieselben in der Art eine Wirkung auf einander ausüben müssen, falls die Flüssigkeit vollkommen unbewegt ist, dafs eine Orientirung der einzelnen Systeme nach einander stattfindet und so die ganze Flüssigkeit von einem Netz paralleler Kräfte durchzogen wird, die sich in drei rechtwinklichen Richtungen schneiden, ohne dafs dadurch in jeder einzelnen Kraftlinie die selbstständige Centricität und Polarität jedes einzelnen Systems aufgehoben würde.

Durch diese Vorstellung findet nicht nur die skelettartige Bildung ihre vollkommene Erklärung, sondern auch andere Krystallisationserscheinungen lassen sich consequenter Weise daraus ableiten.

Denken wir uns eine Lösung, die längere Zeit

durch irgend welchen Umstand übersättigt erhalten worden ist, so wird, sobald der die Krystallisation verhindernde Einflufs beseitigt, ein augenblickliches Erstarren der ganzen Flüssigkeit, nach dem Vorstehenden die nothwendige Folge sein müssen.

In den meisten Fällen besitzt die Krystallisationsflüssigkeit jedoch nicht an allen Stellen gleiche Concentration, dieselbe ist vielmehr verschieden an der Oberfläche, hervorgerufen durch die Verdunstung nnd im Uebrigen durch die verschiedene Wärmeleitungsfähigkeit der die Flüssigkeit umschliefsenden Materie an verschiedenen Stellen.

Es wird daher in den meisten Fällen die Krystallisation nicht gleichzeitig in der ganzen Flüssigkeit stattfinden, sondern es bilden sich in derselben eine Menge kleiner Individuen, welche durch den stellenweisen Zusammenhang ihrer Kraftsysteme in paralleler Gruppirung aneinandergereiht sind nnd so ein gröfseres Individuum erzeugen.

Nehmen wir nnn auf einer Seite des sich so bildenden Individuums, durch irgend welche äufsere Ursache hervorgerufen, eine gröfsere Concentration der Flüssigkeit an, so wird dieselbe in ihrer Sphäre eine gröfsere Anzahl von Kraftsystemen bedingen, die ebenfalls nach dem gröfseren Individuum parallel orientirt, in ihrer Wirknng den Krystall abweichend von der theoretischen conformen Ausbildung erscheinen lassen.

Auch wird man nnn einsehen, dafs falls die paral-

lele Orientirung der einzelnen Kraftsysteme durch äufsere Einflüsse, etwa durch fortgesetztes Umrühren der Flüssigkeit, gestört wird, in Folge der isolirten Wirkung jedes einzelnen Systemes unendlich viele, aber sehr präcise ausgebildete kleine Individuen entstehen müssen.

Wenn sich das häufige Vorkommen des Decrepitationswassers innerhalb der Krystalle nach Herrn Knop[1]) aus der skelettartigen Bildungsweise derselben erklärt, so ist selbstverständlich in dem letzterwähnten Falle, wo diese Bildung gestört wird, auch ein mechanischer Wassergehalt nicht zu erwarten, ein Umstand, von dem ja in praxi häufig Anwendung gemacht wird.

Es liegt somit die mannigfache stereometrische Ausbildung der Individuen ein und derselben Species in der Natur des Wachsthums der Krystalle und findet in derselben ihre vollständige Erklärung.

Auch die mannigfachen Combinationen der Krystallflächen haben lediglich ihren Grund in dem zufälligen Wachsthum des Individuums. Dafs sich dabei jedoch gewisse Flächen vorzugsweise vergröfsern und andere verschwinden lassen, deutet auf eine Gesetzmäfsigkeit, über deren Zusammenhang mit den genetischen Axen des Systems sich bis jetzt keine consequente Regel hat auffinden lassen.

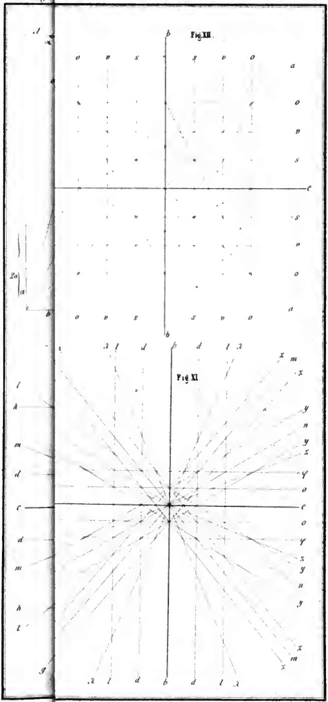
---

[1]) Molecularconstitution und Wachsthum der Krystalle. Leipzig 1867.

Die Thatsache ist jedoch erwiesen, dafs die Krystalle nicht während ihrer ganzen Entwickelung ihren Flächenreichthum bewahren; vielmehr hat Leydolt (Sitzungsbericht d. Wiener Akademie. 1854) beispielsweise am Bergkrystall gezeigt, dafs selbst an einfachen Individuen, die äufserlich nur die Flächen der sechsseitigen Pyramide und des sechsseitigen Prismas zeigten, durch Behandlung in verdünnter Flufssäure, Trapezoëderflächen und die Flächen der dreiseitigen Pyramide auftreten und zwar theilweise so glänzend, dafs die vorgenommenen Messungen mit denen von Kupffer an natürlichen Flächen ausgeführten Beobachtungen nur um etwa eine Minute differirten.

Die interessantesten Wachsthumserscheinungen bieten jedoch, ihrer Gesetzmäfsigkeit wegen, die hemiëdrischen Bildungen, die wir nach allen bis jetzt gemachten Erfahrungen nicht als Primitivformen anerkennen dürfen.

In wie fern die Formen der klinometrischen Systeme, die sich ja mathematisch sehr wohl als Hemiëdrien der orthometrischen Systeme betrachten lassen, auch in krystallogenetischer Hinsicht mit diesen in Verbindung zu bringen sind, mufs vorläufig eine offene Frage bleiben, deren endgültige Beantwortung, der krystallographischen Forschung eine neue ergiebige Bahn zu eröffnen, erwarten läfst.


Fig. XII.
Fig. XI.